Wat zijn effectieve manieren om kinderen aan te leren de juiste kale som uit een redactiesom te halen?

Beantwoord door IJsbrand Jepma (kennismakelaar Kennisrotonde), update Eveline Schoevers (kennismakelaar Kennisrotonde)

8 juli 2022 - update 1 mei 2023

KR. 1452

Kort antwoord

Het afleiden van de kale som uit de tekst is één van de stappen in het oplossen van een redactiesom. Onderzoek dat zich specifiek richt op die stap is er nauwelijks, wel is er onderzoek naar heel de oplossingsroute. Leerlingen die moeite hebben met redactiesommen, zijn gebaat bij ondersteuning om a) hun metacognitieve vaardigheden te verbeteren, b) te leren de redactiesom concreet uit te beelden met tastbare voorwerpen of materialen en c) te leren hoe ze de redactiesom kunnen uitdrukken in de formele som. Recenter is ook d) het toepassen van Schema-Based Instruction (SBI) een effectief bewezen aanpak om leerlingen te leren redactiesommen op te lossen, met name als leerkrachten hierbij (expliciete) directe instructie en correctieve feedback geven.

Antwoord

Toelichting

Een redactiesom beschrijft een rekenvraagstuk zoals zich dat in het dagelijks leven kán voordoen (Ruijssenaars et al., 2021). Het rekenvraagstuk in de redactiesom heet ook wel de 'kale som' (bijv. 19 – 11 = 8), die afgeleid moet worden uit de begeleidende tekst, al dan niet vergezeld van een illustratie of plaatje. Redactiesommen zijn al jaren een vast onderdeel van het rekenonderwijs in Nederland (Schmeier, 2021) en daarbuiten (Verschaffel et al., 2020). Veel rekenmethoden waarmee leerlingen in het primair onderwijs leren rekenen bevatten redactiesommen (Ros et al., 2022). Ze komen ook veelvuldig voor in methode- en niet-methode gebonden toetsen, zoals in het Cito-leerlingvolgsysteem rekenen-wiskunde.

NB: Een redactieopgave is niet hetzelfde als een contextopgave. Redactiesommen zijn opgaven die, als je ze goed leest en alle getallen en gegevens op een juiste wijze ordent en uitrekent, tot het juiste antwoord leiden (bijvoorbeeld: Jan heeft 3 appels, Klaas heeft er 6, hoeveel hebben ze samen: 3+6=9). Contextopgaven zijn ook talige opgaven, maar complexer. Niet alleen de tekst maar ook het bijbehorende plaatje bevat relevante informatie voor het maken van de som. Of als de berekening is gemaakt moet nog een handeling worden verricht om tot het juiste antwoord te komen (bijvoorbeeld: Er gaan 60 mensen mee met het schoolreisje, in een bus kunnen 40 mensen, hoeveel bussen zijn nodig: 60:40=1,5, maar het juiste antwoord is 2 bussen). In dit antwoord gaat het in de eerste plaats om redactieopgaven, niet om contextopgaven.

Om redactiesommen op te lossen hebben leerlingen een combinatie van vaardigheden nodig op het gebied van rekenen, taal en (begrijpend) lezen. Zo hangt een goede taalbeheersing samen met vaardigheden in het oplossen van redactiesommen. Leerlingen die de begeleidende tekst begrijpen, de gebruikte woorden kennen en de (rekenkundige) verbanden snappen tussen de objecten en hoeveelheden, lukt het beter om redactiesommen op te lossen. Leerlingen met een minder hoog niveau van taalbeheersing, vaak afkomstig uit lagere sociaaleconomische milieus, hebben in vergelijking met andere kinderen meer moeite om redactiesommen op te lossen, terwijl ze geen problemen hebben met (kale) niet-talige sommen (Boonen et al., 2013; Wang et al., 2016). Dit geldt vooral voor jongere leerlingen (groepen 3 t/m 5); hun taalbeheersing is namelijk nog in ontwikkeling. Oudere leerlingen (groepen 6 t/m 8) zijn vaak gegroeid in het toepassen van een goede oplossingsstrategie bij redactiesommen. Hierdoor is de talige context minder van invloed (Hickendorff, 2013).

Problemen en oplossingen

Er is nauwelijks specifiek onderzoek gedaan naar het afleiden van de kale som uit de redactiesom. Wel is er meer algemeen onderzoek bekend naar het verbeteren van het oplossen van redactiesommen, waarbij het afleiden van de kale som uit de tekst slechts één van de te volgen stappen is.

1) Metacognitieve vaardigheden

Metacognitieve vaardigheden zijn van groot belang bij het oplossen van redactiesommen (Jacobse, 2012). Bij een deel van de leerlingen levert de planmatige uitvoering van een redactiesom problemen op, zo blijkt uit onderzoek onder 127 zeven- en achtjarige leerlingen (groep 4 en 5) (Bellon et al., 2019). Hoewel er leerlingen zijn die eenvoudig een kale som zonder tekstuele inbedding kunnen uitrekenen, kan het ze toch ontbreken aan het toepassen van een succesvolle oplossingsstrategie. Hierdoor lukt het ze niet om de verschillende stappen te bedenken en op elkaar af te stemmen. Ook vinden deze leerlingen het lastig om te controleren of de gevolgde procedure correct hebben uitgevoerd.

Gerichte training kan de metacognitieve vaardigheden van leerlingen versterken. Deze training dient gelinkt te zijn aan het rekenen zelf en geen opzichzelfstaande metacognitieve training te zijn. Effectief is het trainen van de combinatie van meer algemene metacognitieve vaardigheden en meer specifieke metacognitieve vaardigheden voor een bepaald type rekenkundige taak, zoals het afleiden van de juiste kale som uit de tekst. Kajamies et al. (2010) gebruikten een design met pre-test, post-test en follow up met een trainingsgroep en twee controlegroepen. Ze vonden positieve effecten van een training bij een groep van acht tienjarigen die problemen ervaren met een- en tweestapsredactiesommen. Bij een eenstapsredactiesom moet er één rekenkundige operatie worden uitgevoerd. In een tweestapsredactiesom komen twee operaties voor, bijvoorbeeld eerst optellen en daarna de uitkomst met een ander getal vermenigvuldigen. De training combineerde intensieve, systematische en expliciete manieren van 'scaffolding' door leerkrachten in cognitieve, metacognitieve en motivationele activiteiten ter bevordering van het oplossen van redactiesommen in een game met computerondersteuning.

In het algemeen zijn trainingen van specifieke metacognitieve vaardigheden voor het oplossen van redactiesommen effectief (Ruijssenaars et al., 2021). Een voorbeeld hiervan is het leren oplossen van verhoudingsopgaven. Dit blijkt uit het Japanse onderzoek van Tajika et al. (2007) onder 79 twaalfjarigen uit groep 8. De leerlingen werden voor de training met verhoudingsopgaven willekeurig verdeeld over drie groepen: de self-explanation groep, de self-learning groep en de controlegroep. De self-explanation groep

scoorde het best. Deze leerlingen moesten zichzelf elke stap in het oplossingsproces van de redactiesom uitleggen.

2) Concreet representeren

Een van de stappen in het oplossingsproces is het afleiden van de kale som (de rekenkundige somnotatie) uit de tekst. Veel leerlingen hebben hier problemen mee, zo blijkt uit longitudinaal onderzoek onder 153 Chinese zesjarige leerlingen uit groep 3 (Wong & Ho, 2017). Driekwart van de fouten bij het afleiden van de kale som uit de redactiesom komt doordat leerlingen niet goed weten of en wat er nu moet worden opgeteld, afgetrokken, vermenigvuldigd of gedeeld: ze begrijpen de relaties tussen verschillende actoren (personen, appels e.d.) en hoeveelheden niet goed.

Leerlingen die hier moeite mee hebben, hebben er baat bij dat ze al handelend, met behulp van concreet materiaal of concrete objecten (zoals blokjes of muntjes), een concrete visuele representatie maken van de kale som die zit 'ingeblikt' in de redactiesom (Van Lieshout, 2002). Ook schema's invullen of zelf tekenen is hierbij behulpzaam. Van Garderen (2006) vond onder een groep van 66 twaalfjarige leerlingen uit groep 8 dat het visueel representeren van de redactiesom vooral effectief is als leerlingen daarbij de eerdergenoemde onderlinge relaties tussen de relevante rekenkundige aspecten middels een schema of tekening op papier zetten.

3) Symbolisch of schematisch representeren

Leerlingen kunnen ook op abstracter niveau leren een representatie te maken van de redactiesom. Gelijktijdig met het maken van een representatie met concreet materiaal, kan leerlingen worden geleerd de kale som symbolisch-mathematisch uit te werken.

Leerlingen met rekenproblemen die met hulp van een leerkracht oefenen om redactiesommen stapsgewijs uit te werken in een concrete én symbolische representatie, worden beter in het afleiden van de kale som uit de talige context dan vergelijkbare leerlingen die enkel oefenen met het maken van een concrete representatie (Stellingwerf & Van Lieshout, 2000). Deze leerlingen profiteren hierbij meer van directe instructie van de gewenste oplossingsstrategie dan van aanmoediging om zelf strategieën aan te dragen, zo blijkt uit kleinschalig onderzoek (twee condities van 34 lessen, met elk acht leerlingen van gemiddeld tien jaar) (Timmermans & Van Lieshout, 2003).

Leerlingen met rekenproblemen vinden redactiesommen waarin het onbekende getal als eerste wordt genoemd moeilijker dan leerlingen zonder rekenproblemen (García et al., 2006). Daarom is het oefenen van redactiesommen met een onbekende beginhoeveelheid in een somnotatie (? – a = b) belangrijk. Ook redactiesommen die een 'punt-' of 'vleksom' in zich hebben (bijv. 3 + … = 8) zijn voor leerlingen met rekenproblemen lastiger. Dit komt omdat ze de betekenis van de somnotatie niet altijd begrijpen. Ze kunnen het '+'-teken zien als signaal om de twee getallen (3 en 8) op te tellen tot 11. Verder is het instrueren van het mathematische equivalentieprincipe van belang: duidelijk moet zijn dat de twee zijden van een vergelijking (met het is-gelijk-teken =) gelijk en inwisselbaar zijn. Leerlingen vatten het is-gelijk-teken vaak alleen op als een aanwijzing dat op de getallen links van het is-gelijk-teken een of andere operatie, bijvoorbeeld optellen, moet worden uitgevoerd.

4) Schema-Based Instruction

Een vrij nieuwe aanpak in het oplossen van redactiesommen is instructie met opgaveschema's (Engels: Schema-Based Instruction, afgekort tot SBI) (Ruijssenaars et al., 2021). Hierbij gaat het erom dat leerlingen de onderliggende schema's leren herkennen in de redactiesom. Er zijn drie typen schema's:

Hieronder staat een uitgewerkt voorbeeld van het 'vergelijkingsschema':

A. Oorzaak-veranderingsschema: dit bevat een tijdsverloop van verleden naar heden, bijv. 'Xander had …', 'Hij kreeg …', 'Xander heeft nu …'.

B. Combinatieschema: dit bevat een ordening van kleine groepen die onderdeel zijn van een grote groep.

C. Vergelijkingsschema: dit bevat termen van de vergrotende trap als 'lager dan' of 'meer dan'.

Hieronder staat een uitgewerkt voorbeeld van het 'vergelijkingsschema':

Henk is 4 jaar ouder dan Loes. Henk is 12 jaar oud. Loes is 8 jaar oud.

Henk		Loes		
12 jaar	-	8 jaar	=	4 jaar
Groter		Kleiner		Verschil

Bron: Handboek Dyscalculie en Rekenproblemen (Ruijssenaars et al., 2021, pp. 289)

Aanvankelijk is er bij SBI nog geen onbekende in de rekenopgave. Leerlingen moeten de opgave lezen, koppelen aan het juiste schema en de getallen in het schema invullen. De leerkracht doet dit aan het begin voor. In de volgende fase zijn er opgaven met een onbekende en laat de leerkracht zien hoe de opgave in een schema is te plaatsen. Hierbij wordt voor de onbekende een vraagteken ingevuld. De leerlingen doen dit na en vullen het schema in. Hierna moet de leerlingen het antwoord invullen en controleren. De leerkracht past hierbij een mengvorm van (expliciete) directe instructie en (correctieve) feedback toe. Beide instructiebenaderingen zijn effectief voor leerlingen met rekenproblemen, zo blijkt uit een meta-analyse van studies naar 42 interventies (Gersten et al., 2005).

Een studie van Griffin en Jitendra (2009) onder 60 leerlingen uit groep 5 toont aan dat SBI effectiever is bij het oplossen van redactiesommen dan een algemene instructiestrategie (30 leerlingen in elke conditie, interventieduur van 18 weken). Peltier en Vannes (2017) bevestigden dit in een meta-analyse van 21 studies.

SBI kan worden uitgebreid met instructie van transfer of schema-verbredende instructie. Daarmee worden opgaveformaten, onbekende woorden, grafieken of plaatjes, meer natuurlijke situaties, irrelevante informatie en combinaties van twee opgaventypen aan SBI toegevoegd. Een voorbeeld hiervan is dat leerlingen leren om overbodige informatie door te strepen in redactiesommen.

Uit experimenteel onderzoek onder 391 leerlingen uit groep 3 blijkt dat verlengde vormen van SBI effectiever zijn bij het oplossen van redactiesommen (Fuchs et al., 2021). De leerlingen werden aselect verdeeld over vier condities (drie interventiegroepen en een controlegroep). Elke interventie bestond uit 45 sessies van 30 minuten. Lein et al. (2020) vonden in een meta-analyse van 31 (quasi-)experimentele studies dat verlengde SBI ook werkt voor leerlingen met leerproblemen, specifieke rekenproblemen of dyscalculie. De effecten zijn voor leerlingen uit lagere groepen groter dan voor leerlingen uit hogere groepen.

Geraadpleegde bronnen

Bellon, E., Fias, W., & De Smedt, B. (2019). More than number sense: The additional role of executive functions and metacognition in arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, *182*, 38-60.

Boonen, A. J. H., Van der Schoot, M., Van Wesel, F., De Vries, M. H., & Jolles, J. (2013). What underlies successful word problem solving? A path analysis in sixth grade students. *Contemporary Educational Psychology*, *38*, 271-279.

Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Sterba, S. K., Craddock, C., Fuchs, D., Crompton, D. L., Geary, D. C., & Changas, P. (2021). Closing the word-problem achievement gap in first grade: Schema-based word-problem intervention with embedded language comprehension instruction. *Journal of Educational Psychology*, *113*, 86-103.

García, A. I., Jiménez, J. E., & Hess, S. (2006). Solving arithmetic word problems: An analysis of classification as a function of difficulty in children with and without arithmetic LD. *Journal of Learning Disabilities*, *39*, 270-281.

Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P., & Flojo, J. (2005). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, *79*, 1202–1242.

Griffin, C. C., & Jitendra, A. K. (2009). Word problem-solving instruction in inclusive third-grade mathematics classrooms. *The Journal of Educational Research*, *102*, 187-202.

Hickendorff, M. (2013). The language factor in elementary mathematics assessments: Computational skills and applied problem solving in a multidimensional IRT framework. *Applied Measurement in Education*, *26*, 253-278.

Jacobse, A. E. (2012). *Can we improve children's thinking? A metacognitive approach to word problem solving*. Groningen: RUG.

Kajamies, A. Vauras, M., & Kinnunen, R. (2010). Instructing low-achievers in mathematical word problem solving. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *54*, 335-355.

Lein, A. E., Jitendra, A. K., & Harwell, M. R. (2020). Effectiveness of mathematical word problem solving interventions for students with learning disabilities and/or mathematics difficulties: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, *112*, 1388-1408.

Peltier, C., & Vannest, K. J. (2017). A meta-analysis of schema instruction on the problem-solving performance of elementary school students. *Review of Educational Research, 87*, 899-920.

Ros, B., Hickendorff, M., Keijzer, R., & Van Luit, H. (2022). *Leer ze rekenen. Praktische inzichten uit onderzoek voor leraren basisonderwijs.* Meppel: Ten Brink.

Ruijssenaars, A. J. J. M., Van Luit, J. E. H. Van Lieshout, E. C. D. M., & Kroesbergen, E. H. (2021). *Handboek dyscalculie en rekenproblemen. Een dynamisch ontwikkelingsperspectief.* Rotterdam: Lemniscaat.

Schmeier, M. (2021). Sommen uit het echte leven. Contextopgaven onderwijzen. *JSW, 6*, 18-22.

Stellingwerf, B. P., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2000). De invloed van structuur in training op het leren oplossen van redactieopgaven aan leerlingen met leerproblemen. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, 39*, 361-371.

Tajika, H., Nakatsu, N., Nozaki, H., Neumann, E., & Maruno, S. (2007). Effects of selfexplanation as a metacognitive strategy for solving mathematical word problems. *Japanese Psychological Research, 49*, 222-233.

Timmermans, R. E., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2003). Influence of instruction in mathematics for low performing students on strategy use. *European Journal of Special Needs Education, 18*, 5-16.

Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities, 39*, 496-506.

Van Lieshout, E. C. D. M. (2002). Behandeling van rekenproblemen. Enkele voorbeelden van strategietraining. In A. J. J. M. Ruijssenaars & P. Ghesquière (Red.), *Dyslexie en dyscalculie: Ernstige problemen in het leren lezen en rekenen* (pp. 145-164). Acco.

Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM – Mathemathics Education, 52*, 1-16.

Wang, A. Y., Fuchs, L. S., & Fuchs, D. (2016). Cognitive and linguistic predictors of mathematical word problems with and without irrelevant information. *Learning and Individual Differences, 52*, 79-87.

Wong, T. T.-Y., & Ho, C. S.-H. (2017). Component processes in arithmetic word-problem solving and their correlates. *Journal of Educational Psychology, 109*, 520-531.

Over deze vraag

Opgesteld door:	Beantwoord door IJsbrand Jepma en Eveline Schoevers (kennismakelaars Kennisrotonde)
Vraagsteller:	leraar basisonderwijs

Geraadpleegde expert update: Hans van Luit, emeritus hoogleraar didactiek rekenen-wiskunde

Onderwijssector: po

Trefwoorden: Rekenen, redactiesommen, (reken)didactiek, rekenvaardigheden, instructie

Referentie: Kennisrotonde 2023). *Wat zijn effectieve manieren om kinderen aan te leren de juiste kale som uit een redactiesom te halen?* (1e update) (KR.1452).

Dit antwoord is gepubliceerd op Kennisrotonde.nl. De Kennisrotonde is samen met NCO en Onderwijskennis een dienst van het NRO.